

文章编号: 1000-8055(2002)01-140-05

弧齿锥齿轮齿面优化修正及计算机仿真

方宗德¹, 杨宏斌², 邓效忠²

(1 西北工业大学 飞行器制造工程系, 陕西 西安 710072;

2 洛阳工学院 机械系, 河南 洛阳 471039)

摘要: 由于加工误差和热处理变形等因素的影响, 实际弧齿锥齿轮齿面啮合质量通常与“轮齿接触分析”(TCA)所得的理论结果有所差异。本文提出了基于最小二乘法的加工参数识别方法和齿面优化修正方法, 经计算机仿真验证, 修正后的齿面与原设计的齿面, 具有非常近似的 TCA 结果。

关键词: 弧齿锥齿轮; 齿面; 修正

中图分类号: TH132.421

文献标识码: A

Optimal Tooth Surface Correction of Spiral Bevel Gears and Computerized Simulation

FANG Zong-de¹, YANG Hong-bin², DENG Xiao-zong²

(1 Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China;

2 Luoyang Institute of Technology, Luoyang 471039, China)

Abstract: Due to unavoidable manufacturing errors and heat treatment distortions, the bearing pattern and kinematical behavior of actual spiral bevel gear drives are usually different from the analytical results of the original design obtained by Tooth Contact Analysis (TCA) technique. In this paper, an identification approach to determining the machine setting corrections by using Least Square Method is presented. A numerical example by means of computerized simulation shows the agreement of TCA results between corrected tooth surface and the original design, including the bearing pattern and kinematical behavior.

Key words: spiral bevel gear; tooth flanks; correction

1 引言

弧齿锥齿轮齿面啮合质量, 包括齿面啮合印痕和传动误差, 通常在设计阶段由“轮齿接触分析”(TCA)技术加以验证, 获得满意的结果后再付诸试切。但由于加工误差和热处理变形等因素的影响, 试切齿轮齿面滚检和测量结果往往并不与设计时的 TCA 结果相符, 甚至相差甚远。此时在工厂实际生产条件下, 需要使用 Gleason 调整卡提供的公式进行加工参数修正, 再检测, 再修

正, 直至获得满意的检测结果。由于上述公式具有近似性, 公式繁琐, 且需要操作人员的经验, 为修正过程带来了困难, 不易获得良好的效果。

近年来, 国外不少研究成果报道了使用计算机辅助技术的修正方法^[1~4], 在此基础上, 本文以 SGM 航空弧齿锥齿轮加工为对象, 提出了一套基于齿面匹配的最小二乘法加工参数识别的齿面修正计算方法, 并通过计算机上的齿面展成与啮合仿真, 验证了该方法的有效性, 为在现有加工条件下提高齿轮产品的质量提供了途径。

收稿日期: 2000-10-16; 修订日期: 2000-07-01

作者简介: 方宗德(1948-), 男, 西北工业大学飞行器制造工程系教授, 博士生导师

2 弧齿锥齿轮的齿面

SGM 制弧齿锥齿轮的大、小齿面都是展成法生成的, 它们的齿面是由以下加工参数唯一决定的: a_{i1} 为刀具齿形角; a_{i2} 为刀尖半径; a_{i3} 为径向刀位; a_{i4} 为角向刀位; a_{i5} 为切削滚比; a_{i6} 为垂直轮位; a_{i7} 为水平轮位; a_{i8} 为床位。

齿面可以表示为:

$$\begin{aligned} \vec{r}_i &= \vec{r}_i(x_i, y_i, z_i) = \vec{r}_i(\theta, \varphi, \vec{a}_i) \\ \vec{a}_i &= (a_1, \cdots, a_8) \\ (i &= 1, 2) \end{aligned} \tag{1}$$

上式中 (θ, φ) 是曲面参数, 下标 i 分别表示小轮和大轮(为了表示简单, 以下均省去下标 i), 在实际测量和计算机仿真中连续齿面均采用离散表示:

$$\begin{aligned} \vec{r}_j &= \vec{r}_j(x_j, y_j, z_j) = \vec{r}(\theta, \varphi, \vec{a}) \\ (j &= 1, \cdots, n) \end{aligned} \tag{2}$$

上式中 n 为齿面离散点总数。图 1 所示为齿面的

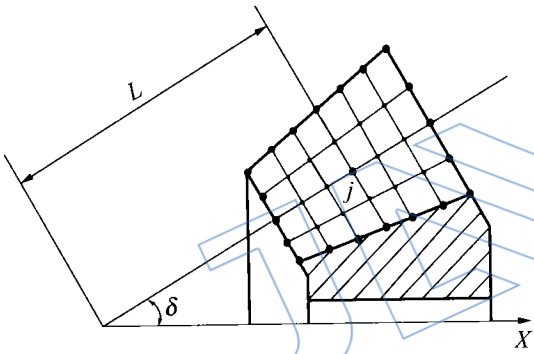


图 1 齿面的旋转投影图

旋转投影面, 即将齿面所有离散点投影到一轴向剖面上。齿面离散点的密度可根据测量或仿真要求, 先在投影面上划分确定, 再由投影面上齿面点的位置, 计算确定齿面点的空间坐标。如图 1 所示, 已知齿面点 j 在投影面上至节锥顶点 O 的距离 L_j , 及 O_j 和轴线 $\overline{OX_p}$ 的夹角 δ_j , 设齿面空间坐标系原点与 O 重合, x 轴与 $\overline{OX_p}$ 重合, 根据旋转投影关系, 齿面点 j 必须满足下式:

$$\left. \begin{aligned} \tan \delta_j &= \frac{x_j}{\sqrt{y_j^2 + z_j^2}} \\ L_j &= \sqrt{x_j^2 + y_j^2 + z_j^2} \end{aligned} \right\} \tag{3}$$

设 $\vec{a}$ 为定值, 求解非线性方程组 (3), 可求得相应的 θ, φ 和坐标 (x_j, y_j, z_j) , 并得到该点的单位法线:

$$\begin{aligned} \vec{n}_j &= \vec{n}(\theta, \varphi, \vec{a}) \\ (j &= 1, \cdots, n) \end{aligned} \tag{4}$$

齿面的详细表达式参见文献[5]。

3 加工误差识别的最小二乘法

由于加工误差、热处理变形和其它变形的存在, 实际齿面与上述理论齿面是不完全相符的, 假定使用三坐标测量仪按上节划分的齿面网格测得的实际齿面为 $\vec{r}_j'(j=1, \cdots, n)$, 则实际齿面的法向偏差为:

$$\begin{aligned} \Delta_j &= (\vec{r}_j' - \vec{r}_j) \cdot \vec{n}_j \\ (j &= 1, \cdots, n) \end{aligned} \tag{5}$$

由于在实际齿面和理论仿真齿面上相应点有相同的曲面参数 (θ, φ) , 而由加工误差、热处理变形和其它变形最终产生的实际齿面 $\vec{r}_j'$ 可以近似地看作是由一组加工参数 $\vec{a}$ 直接产生的, 即式 (5) 中 (θ, φ) , $\vec{a}$ 都是已知的, 因此 Δ_j 由 $\vec{a}$ 决定, 即:

$$\begin{aligned} \Delta_j &= \Delta_j(\vec{a}) \\ (j &= 1, \cdots, n) \end{aligned} \tag{6}$$

为了求出 $\vec{a}$, 可以建立以下优化目标:

$$\min (\vec{a}) = \sum_{j=1}^n C_j [\Delta_j(\vec{a})]^2 \tag{7}$$

上式中 C_j 为加权系数。上式中有 8 个变量 $(a_1', \cdots, a_8')$ n 个测点, 一般 n 远大于 8, 因此采用最小二乘法求解, 但由于 Δ_j 的表达式非常复杂, 要表达 Δ_j 的导数更为困难, 因此本文中采用不需导数的 Levenberg-Marquardt 算法求解 $\vec{a}$, 然后得到加工修正量:

$$\begin{aligned} \Delta \vec{a} &= \vec{a} - \vec{a}' \\ (i &= 1, 2) \end{aligned} \tag{8}$$

经过修正的齿面理论上将抵消机床系统误差和各类变形产生的齿面偏差, 得到设计时所期望的理想啮合效果。

4 轮齿接触分析(TCA)

在加工参数设计阶段和修正阶段, 都需要应用 TCA 技术对齿面啮合质量加以检验, TCA 的原理简述如下。

在第 2 节由已获得了齿轮坐标系(固定在齿轮上)中的齿面 $\vec{r}$ 和单位法线 $\vec{n}_0$ 。现建立固定于减速器箱体的坐标系 S_h , $\vec{a}$ 为已知常量, 则在此坐标系中齿面与法线可表示为:

$$\left. \begin{aligned} \vec{r}_{hi}(\theta, \varphi, \Psi_i) &= \vec{r}_i(\theta, \varphi) \cdot [M(\Psi_i)]_{hi} \\ \vec{n}_{hi}(\theta, \varphi, \Psi_i) &= \vec{n}_i(\theta, \varphi) \cdot [L(\Psi_i)]_{hi} \end{aligned} \right\} \tag{9}$$

$(i = 1, 2)$

上式中: 矩阵 $[M]$ 为从齿轮坐标系 S_i 到固定坐标系的 4×4 齐次变换矩阵, $[L]$ 为其中的 3×3 转

动子矩阵, Ψ_i 为相应齿轮的转角。

两齿面的正常啮合, 必须满足以下条件:

$$\left. \begin{aligned} \vec{r}_{h1}(\theta, \varphi_1, \Psi_1) &= \vec{r}_{h2}(\theta, \varphi_2, \Psi_2) \\ \vec{n}_{h1}(\theta, \varphi_1, \Psi_1) &= \vec{n}_{h2}(\theta, \varphi_2, \Psi_2) \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

上式共包含 6 个标量方程, 其中 $\vec{n}$ 为单位向量, 因此独立的方程为 5 个, 未知数 $(\theta, \varphi_1, \Psi_1, \theta, \varphi_2, \Psi_2)$ 为 6 个。按给定步长依次对 Ψ_1 赋值, 求解非线性方程组(10), 可解出其余的 5 个未知数。相对于 Ψ_1 赋值数列的多组解, 即构成了齿面啮合路径(接触点轨迹)和传动误差:

$$\Delta\Psi_2 = (\Psi_2 - \Psi_2^{(0)}) - (\Psi_2 - \Psi_1^{(0)}) \cdot \frac{(N_1/N_2)}{(N_1/N_2)} \quad (11)$$

上式中 $\Psi_1^{(0)}$ 和 $\Psi_2^{(0)}$ 分别为小轮和大轮的初始转角, N_1 和 N_2 分别为小轮和大轮的齿数。

5 加工误差识别与齿面修正的仿真

本文以一对弧齿锥齿轮为例, 进行加工误差识别与齿面修正的计算机仿真。齿轮副 SGM 制加工参数(工作面)列在表 1 中。

表 1 齿轮副加工参数

	大轮	小轮
刀具齿形角	25°10′	21°15′
刀盘直径/mm	190.5	
刀顶距/mm	2.29	
刀尖半径/mm		90.735
径向刀位/mm	82.405	81.289
角向刀位/(°)	71.233	- 73.920
切削滚比	1.003167	0.830530
垂直轮位/mm	0.0	- 2.193
水平轮位/mm	0.0	- 2.881
床位/mm	0.031	2.290

假定小轮加工时存在机床系统误差 $\Delta\vec{a}$, 实际生产中使用三坐标测量技术进行批量测量后取均值 $\vec{r}$ 代表实际齿面。在本文的仿真中作为方法验证首先人为拟定 $\Delta\vec{a}$, 与表 1 得到的 $\vec{a}$ 迭加后模拟实际加工参数 $\vec{a}$, 然后计算机展成齿面获得实际齿面 $\vec{r}$ 。

本文以小轮加工为例, 人为拟定的 $\Delta\vec{a}$ 列在表 2 的第二行。经展成实际齿轮 $\vec{r}$ 并与理论设计齿面 $\vec{r}$ 比较, 得到齿面偏差 $\Delta_j(j=1, \cdots, n)$ 。本文仿真中 n 取为 119, 用最小二乘法识别的 $\Delta\vec{a}$ 列在表 2 的第三行。

表 2 人为拟定的 $\Delta\vec{a}$ 与识别的 $\Delta\vec{a}, \Delta\vec{a}^*$

	$\Delta\vec{a}$	$\Delta\vec{a}$	$\Delta\vec{a}^*$
Δa_1	0.05	0.0289	- 0.0053
Δa_2	- 0.05	0.0072	- 0.0024
Δa_3	- 0.08	- 0.0155	- 0.0532
Δa_4	- 0.02	0.0033	- 0.0058
Δa_5	- 0.0002	- 0.0007	- 0.0007
Δa_6	0.0	- 0.0159	0.006
Δa_7	0.0	0.0293	- 0.0136
Δa_8	0.0	- 0.0233	0.0191

理论齿面 $\vec{r}$ (下) 与仿真实际齿面 $\vec{r}$ (上) 形状

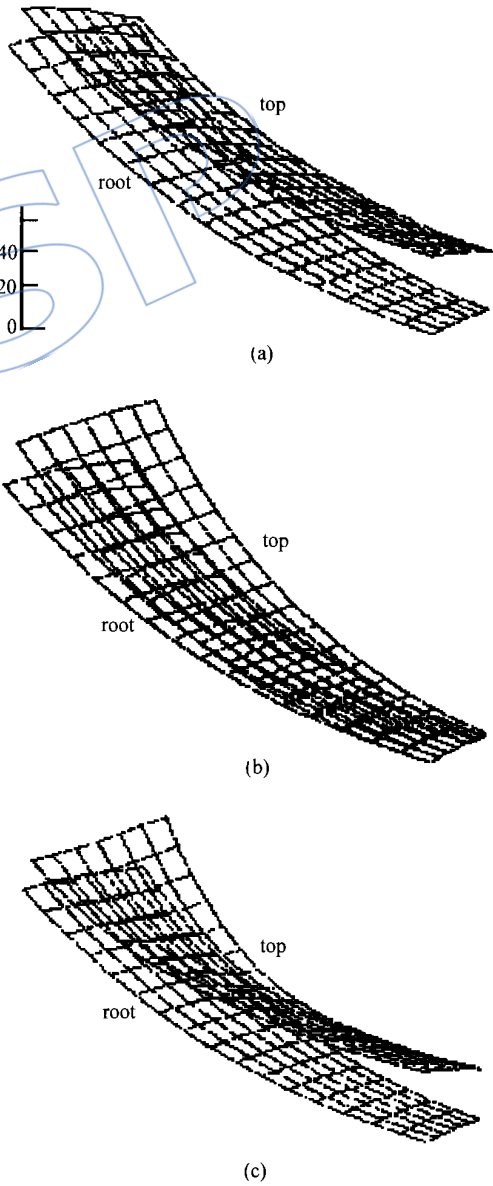


图 2 齿面偏差

绘在图 2(a) 中, 最大偏差为 $41\text{ }\mu\text{m}$, 经修正后的齿面与理论齿面图绘在图 3(a) 中, 最大偏差为 $0.8\text{ }\mu\text{m}$, 良好地消除了偏差, 达到了修正目的。但表 2 所列识别的加工误差 $\Delta\vec{a}$ 与原来人为拟定的 $\Delta\vec{a}$ 不同, 原因是齿面展成的多解性, 不同的加工参数, 能够展成几乎一致的齿面。

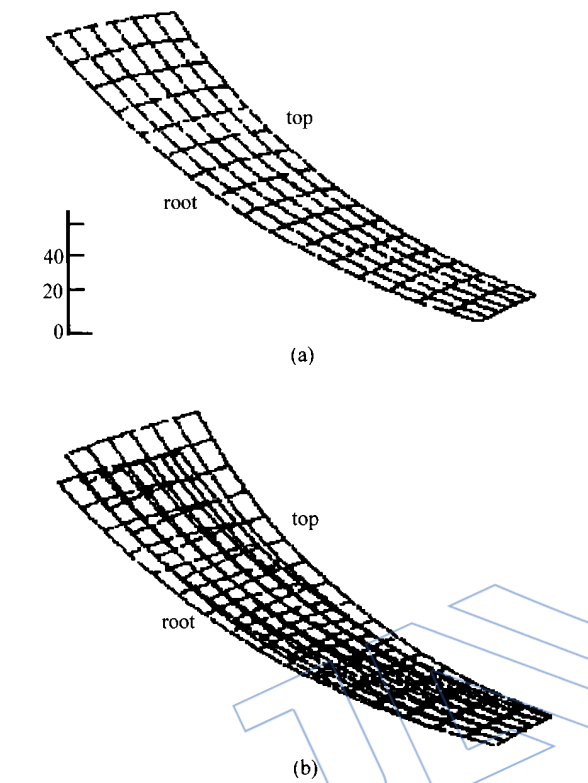


图 3 修正后齿面与理论齿面比较

图 4 所示是 TCA 检验结果。图 4(a) 和 (b) 分别是仿真实际齿面和理论设计齿面的 TCA 结果, 图 4(c) 是修正后齿面的 TCA 结果。可以看到, 由于加工误差 $\Delta\vec{a}$, 使接触印痕偏向大端, 传动误差中断连续。经修正后, 啮合质量与原设计结果恢复一致。

当由于热处理变形、温差变形、加工应力变形等因素的影响, 产生的齿面偏差模拟示于图 2(b) 中, 该偏差具有一定的随意性, 与图 2(a) 所示的加工偏差迭加, 得到图 2(c) 所示的综合偏差, 最大偏差量为 $48\text{ }\mu\text{m}$ 。经最小二乘法识别的当量加工误差 $\Delta\vec{a}$ 列在表 2 第 4 行, 而修正后的齿面绘于图 3(b) 中。由于 *Gleason* 机床加工的齿面不能包含所有的空间自由曲面, 因此修正后仍有 $16\text{ }\mu\text{m}$ 的偏差。修正后的 TCA 比较示于图 5 中, 排列顺序同图 4。由于变形偏差的迭加, 使印痕更偏向大端, 而传动误差中断连续也更加严重。修正后仍很好

地达到了设计要求。

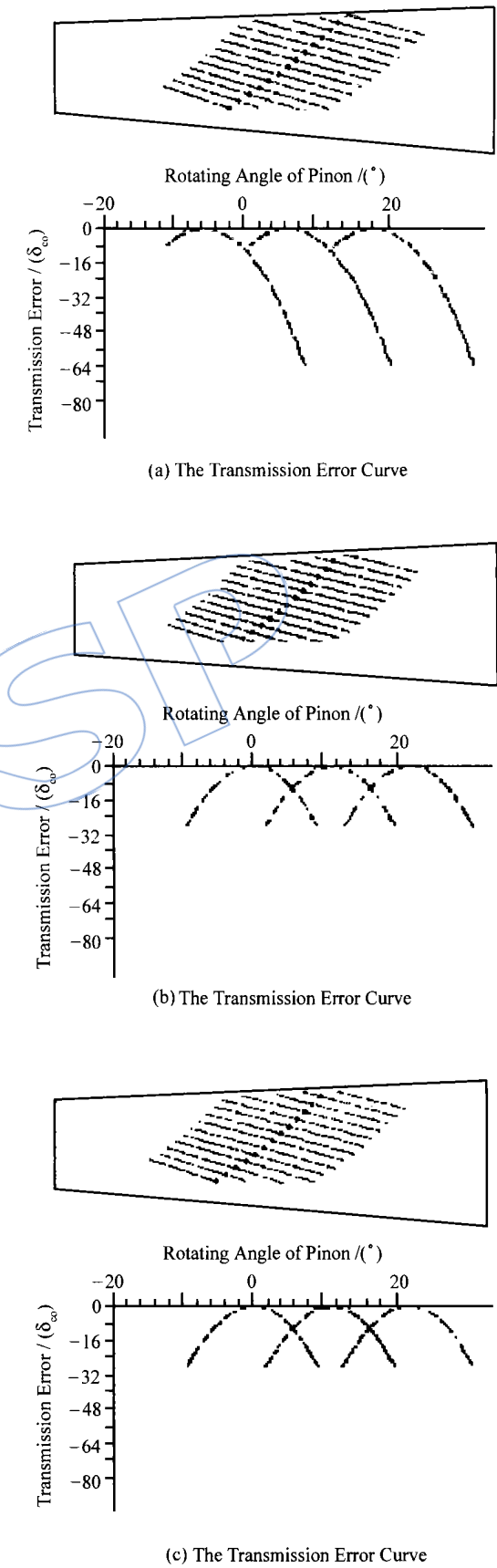
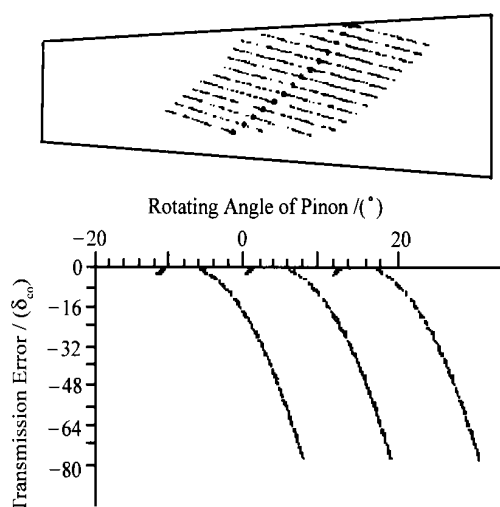
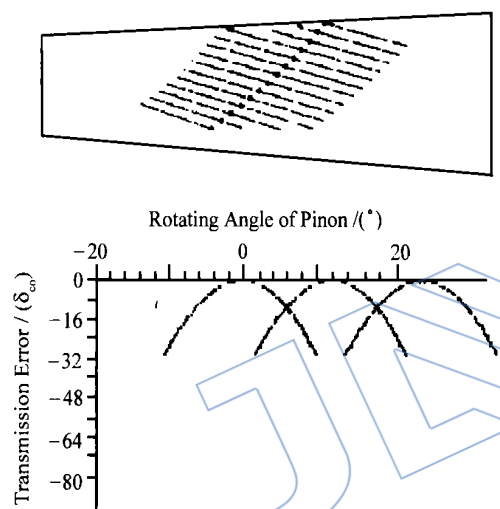


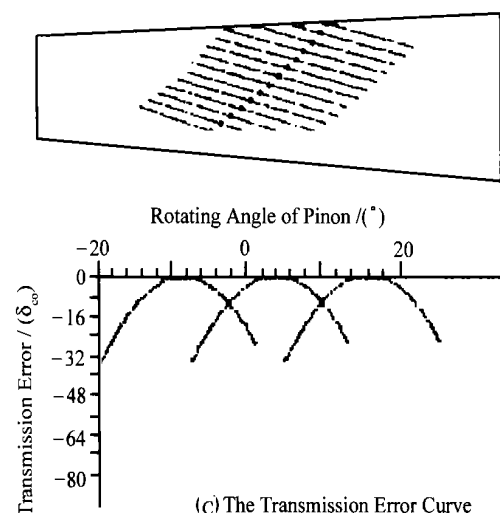
图 4 修正前后的 TCA 比较



(a) The Transmission Error Curve



(b) The Transmission Error Curve



(c) The Transmission Error Curve

图 5 修正前后的 TCA 比较

6 结 论

本文采用最小二乘法进行了弧齿锥齿轮加工误差识别,并对迭加随意性变形偏差后构成的综合偏差,进行了当量加工误差识别。通过计算机数值仿真技术对按识别后的加工误差修正的齿面进行了接触分析,结果表明,采用本文提出的识别和修正方法能够达到原设计的啮合质量要求。

参考文献

- [1] Litvin F L. Identification and Minimization of Deviations of Real Gear Tooth Surfaces [J]. ASME J. of Mechanical Design, 1991, 113(1): 55- 61.
- [2] Zhang Y. Computerized Analysis of Meshing and Contact of Gear Real Tooth Surfaces [J]. ASME J. of Mechanical Design, 1994, (3): 677- 682.
- [3] Gosselin C. Identification of the Machine Settings of Real Hypoid Gear Tooth Surfaces [J]. ASME J. of Mechanical Design, 1998, 120(2): 429- 440.
- [4] Lin C Y. Computer Aided Manufacturing of Spiral Bevel and Hypoid Gears with Minimum Surface Deviation [J]. Mech Mach. Theory, 1998, 33(6): 785- 803.
- [5] Litvin F L. Local Synthesis and Tooth Contact Analysis of Face Milled Spiral Bevel Gears [R]. NASA C. R., 4342, 1990.

(责任编辑 王震华)